

Mécanique

TD 3 : La chute libre à deux dimensions

Consignes : Justifier toutes les réponses. Une réponse correcte non justifiée est considérée comme fautive en devoir. Soigner la rédaction des réponses et respecter les notations de l'énoncé. Une réponse qui utilise une autre notation est considérée comme fautive en devoir. Les exercices ■ sont des exercices d'entraînement supplémentaires qui ne seront pas corrigés en cours.

Cette série d'exercices doit vous permettre de maîtriser les savoir-faire suivants :

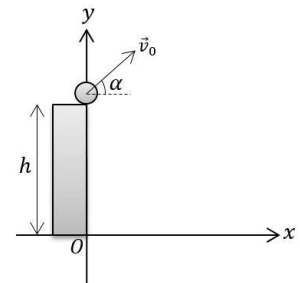
1. Savoir établir les équations horaires du mouvement d'un objet en chute libre.
2. Savoir établir l'équation de la trajectoire d'un objet en chute libre et l'étudier.

1 Les savoir-faire

Savoir établir les équations horaires du mouvement

Exercice 1 : Lancer de balle

1. Quelle est l'accélération \vec{a} d'une balle lancée en l'air lorsque les frottements sont négligés.
2. Déterminer les équations horaires du mouvement d'une balle lancée d'un mur de hauteur h . A $t = 0$, la balle est donc en $x = 0$ et $y = h$. Le vecteur vitesse de la balle à $t = 0$ est noté \vec{v}_0 et fait un angle α avec l'horizontal.
3. Que deviennent les équations précédentes dans le cas $h = 0$?
4. Que deviennent les équations précédentes dans le cas $\alpha = 0$?
5. Déterminer l'expression du temps t_s mis par la balle pour toucher le sol dans le cas $\alpha = 0$ et $h \neq 0$. Est-ce que t_s dépend de v_0 ?
6. Déterminer l'expression du temps t_s mis par la balle pour toucher le sol dans le cas $h = 0$ et $\alpha \neq 0$. Quel est l'angle α qui rend t_s max ?



Savoir établir l'équation de la trajectoire et l'étudier

Exercice 2 : Lancer de balle 2

1. Déterminer à partir des équations horaires du mouvement de l'exercice précédent dans le cas $\alpha \neq 0$ et $h \neq 0$ l'équation de la trajectoire.
2. Déterminer la distance max x_s atteinte par la balle dans le cas où $h = 0$.
3. Que vaut la dérivée $\frac{dy}{dx}$ au point le plus haut de la trajectoire parabolique ? En déduire la position x_P du point le plus haut de la trajectoire.
4. En déduire que la hauteur max y_P a pour expression $y_P = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g} + h$.

2 La mise en œuvre

Exercice 3 : Lancer à deux balles

Sheldon lance une balle A horizontalement à 1 m du sol et lâche au même instant une balle B à 1 m au dessus du sol. Quelle balle touche le sol en premier ? (Vous devez utiliser les résultats de l'exo 1).

Exercice 4 : Jet d'eau

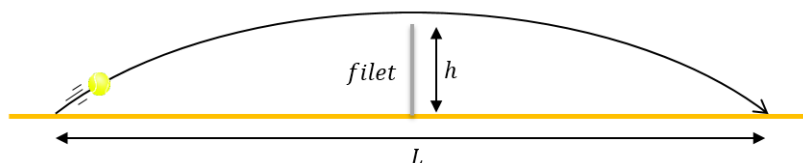
Il est écrit sur la page wikipedia du grand jet d'eau de Genève (figure ci-dessous) que celui-ci atteint la hauteur max de 140 m.



1. Calculer la valeur de la vitesse de sortie de l'eau en km h^{-1} .
2. Il est écrit sur la page wikipedia que la valeur de la vitesse de sortie de l'eau est de 200 km h^{-1} . Expliquer d'où provient la différence avec le résultat trouvé à la question précédente.

Exercice 5 : Partie de tennis

La figure suivante montre un court de tennis vu de profil. On note $h = 1 \text{ m}$ la hauteur du filet, $L = 23,77 \text{ m}$ la longueur du court, x l'axe horizontal et y l'axe verticale. Pour simplifier le problème, on considère que le joueur tape la balle à $t = 0$ au point $x = 0$ et $y = 0$. On souhaite déterminer les caractéristiques d'un coup "à plat", c'est-à-dire sans effet, qui permet d'envoyer la balle en $x = L$ et $y = 0$. On note H la hauteur max atteinte par un tel coup.



1. Montrer que $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ où v_0 est la vitesse initiale de balle et α est l'angle que fait le vecteur vitesse initiale avec l'horizontal.
2. Montrer que $\frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = L$.
3. En déduire que l'angle α a pour expression $\alpha = \arctan\left(\frac{4H}{L}\right)$.

- Calculer la valeur de l'angle α en degrés qui permet de lober un joueur au filet dont la raquette se trouve à 2,8 m du sol.
- Calculer alors la valeur en km h^{-1} de la vitesse de la balle au moment de quitter la raquette.
- Calculer la valeur de l'angle α en degrés qui permet de faire passer la balle juste au-dessus du filet.
- Calculer alors la valeur en km h^{-1} de la vitesse de la balle au moment de quitter la raquette.

Exercice 6 : fontaine

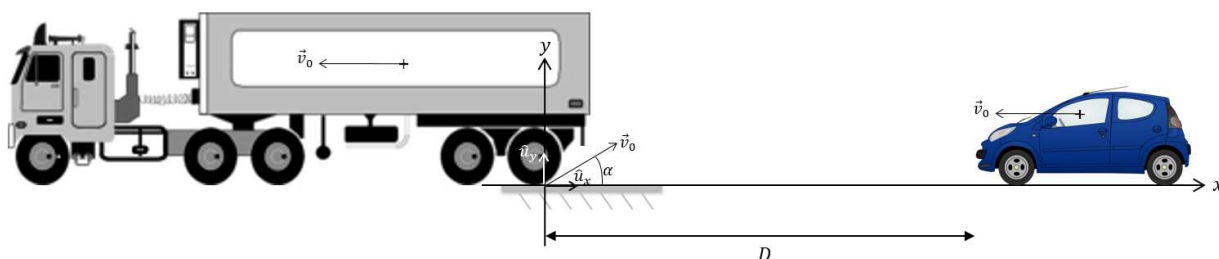
La figure ci-dessous montre une fontaine d'eau potable. Le jet d'eau sort horizontalement à une hauteur de 25 cm au-dessus du bassin. L'eau tombe dans le bassin après avoir parcourue une distance horizontale de 30 cm.



- Calculer l'angle que fait le jet d'eau avec l'horizontale lorsqu'il atteint le bassin.
- Calculer le module de la vitesse de l'eau à cet instant.

Exercice 7 : Un camion à ne pas suivre ■

Léonard roule en voiture derrière un camion. Il voit qu'une pierre est fichée dans le pneu du camion. De peur que la pierre se détache, Léonard éloigne son véhicule du camion et se place à une distance D de celui-ci avant de rouler à nouveau à la même vitesse que le camion. On note \vec{v}_0 la vitesse du camion. On suppose que le caillou quitte le pneu avec la vitesse \vec{v}_0 .



- Déterminer le temps au bout duquel le caillou touche le sol.
- Montrer que la distance max parcourue par le caillou entre la roue du camion et son impact sur le sol a pour expression $\frac{v_0^2}{g}$.
- Montrer que la distance D qui doit séparer la voiture du camion pour être certain que Léonard ne reçoive pas le caillou a pour expression $D = \frac{v_0^2}{g}(1 + \sqrt{2})$.

4. Calculer la valeur de D pour un camion qui roule à 90 km h^{-1} .

Exercice 8 : Lancer de balle vertical ■

Sheldon lance une balle verticalement depuis sa main située à une hauteur h du sol. On note v_0 la vitesse initiale.

1. Déterminer l'expression du temps mis par la balle pour retomber dans la main de Sheldon.
2. Quelle doit-être la valeur de v_0 pour que la balle reste deux secondes en l'air ?
3. Déterminer la hauteur max atteinte dans ce cas.

Sheldon relance la balle mais ne parvient pas à la rattraper et la balle lui tombe sur le pied.

4. Déterminer la vitesse de la balle au point d'impact sachant que $h = 1,2 \text{ m}$.