

MESURE DE LA VITESSE ANGULAIRE

Le 16/10/2018

Groupe Loup : Estelle Fiket, Maëlle Brugnon,
Samuel Tourvieille et Tasnim Kazi Tani.

Dans le cadre de l'UE Sciences au quotidien, les objectifs étaient de mener une étude d'un phénomène physique en autonomie en dehors de l'Institut.

Le sujet de ce projet était la vitesse angulaire d'un mouvement de rotation. Pour cela, les problématiques suivantes ont été posées :

- Comment mesurer la vitesse angulaire d'un mouvement de rotation en fonction du temps à partir d'un accéléromètre ?
- Quel est l'impact du changement du moment d'inertie sur cette mesure ?

Ces problématiques ont été étudiées via deux expériences.

A partir de ces interrogations, un dispositif de mesure a été mis en place, le phénomène physique étudié a été modélisé. Des mesures ont été prises et analysées, et les résultats ont été présentés.

MODELE EXPERIMENTAL :

Dispositif expérimental

Pour réaliser la première expérience (mesurer la vitesse angulaire d'un mouvement de rotation), le matériel suivant a été utilisé : 4 smartphones (avec l'application Phyphox), un tabouret tournant, un mètre, un cube de mousse, un cutter, et une personne. Pour réaliser la seconde expérience (déterminer l'impact du changement du moment d'inertie), le même matériel de la première expérience a été utilisé avec en plus une balance et un poids ($m = 4,6 \text{ kg}$).

Afin d'effectuer les mesures pour répondre aux problématiques, l'application Phyphox (Fig.1) sur un smartphone a été utilisée (avec option accéléromètre sans \vec{g}).

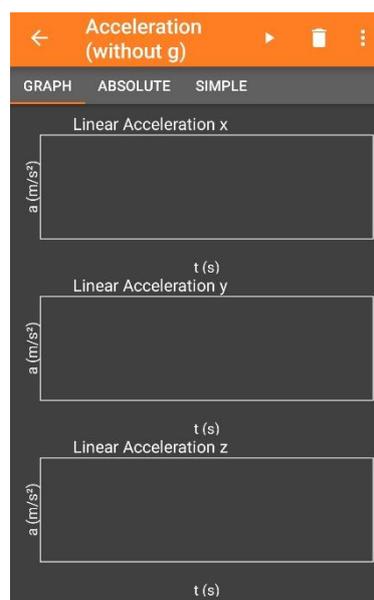


Figure 1 – Photo de l'application

Le dispositif expérimental est le suivant. Le mouvement de rotation étudié a été mis en place à partir d'un élève assis sur un tabouret tournant (Fig.2), que l'on peut trouver en salle d'ingénierie de l'*Institut Villebon - Georges Charpak*, ou chez soi.



Figure 2 - Utilisation du dispositif

A partir d'un bloc en mousse (Fig.3), des emplacements ont été créés, dédiés à des smartphones (que nous utilisons en tant que capteurs) à différentes positions d'un cube de mousse afin de mesurer différents rayons r (Fig.4).



Figure 3 - Photo du bloc de mousse avec les 4 emplacements pour les smartphones

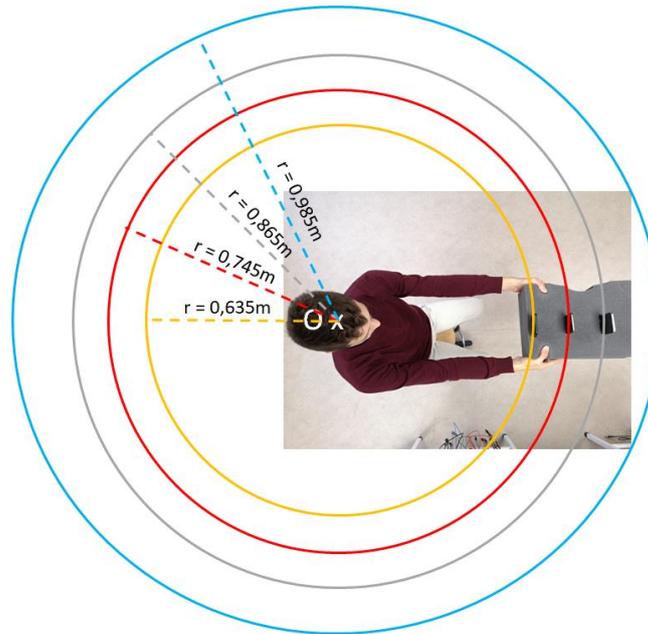


Figure 4 – Schéma du dispositif mis en place.

4 smartphones à différents rayons ($r_1 = 0,635m$, $r_2 = 0,745m$, $r_3 = 0,865m$, $r_4 = 0,985m$).

La valeur de l'accélération d'un même mouvement de rotation a été mesurée pour différents rayons en même temps (Fig.5). L'expérimentateur tient le bloc de mousse les bras tendus devant lui (Fig.2). Pour vérifier que le système « bras/centre de rotation » n'a pas changé durant la prise de mesures (la rotation), les rayons r ont été mesurés avant et après le mouvement.

Théorie

Les smartphones sont maintenus de tel sorte à ce que le plan contenant les axes (Ox) et (Oz) soient parallèles au sol et l'axe (Oy) perpendiculaire au sol. La hauteur de la chaise ne bougeant pas, le mouvement (Fig.5) se fait dans un repère polaire dans le plan contenant les axes (Ox) et (Oz).

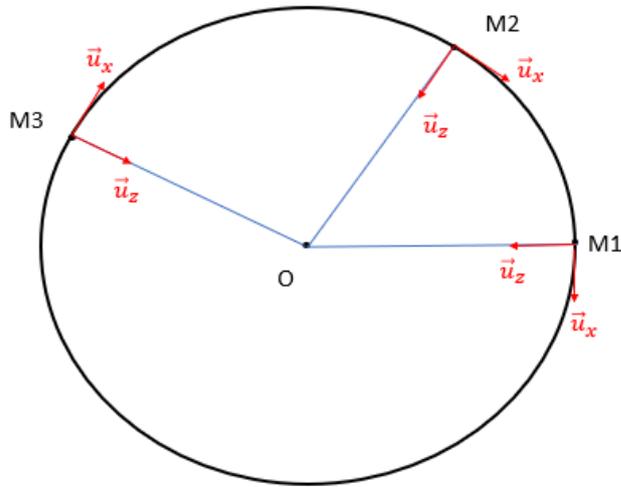


Figure 5 - Schématisation du modèle expérimental.

Les segments bleus représentent le rayon r (distance centre de rotation/capteur accéléromètre ici les smartphones) et M la position du capteur à différents moments du mouvement.

Ainsi, \vec{u}_x peut être assimilé à $-\vec{u}_\theta$ en repère polaire et \vec{u}_z à $-\vec{u}_r$.

Donc $\overline{OM} = -r \vec{u}_z$, où r est constant. En dérivant deux fois cette expression, il est possible de retrouver l'accélération de ce mouvement :

$$\vec{a} = r\dot{\theta}^2 \vec{u}_z - r\ddot{\theta} \vec{u}_x$$

En sélectionnant uniquement la composante selon \vec{u}_z , la vitesse angulaire a été obtenue :

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{a}{r}} \quad \text{en rad.s}^{-1}$$

Pour observer l'effet de la variation du moment d'inertie au cours du mouvement, l'expérimentateur a utilisé une masse $m = 4,6 \text{ kg}$ qu'il a rapproché le long de son axe de rotation au cours du mouvement. En effet, le moment d'inertie décrit la répartition de la masse dans un système au cours du mouvement de rotation. En rapprochant la masse, le moment d'inertie diminue et la vitesse augmente.

RESULTAT :

A partir de l'accélération trouvée, une formule Excel a permis de calculer la vitesse angulaire à chaque temps t . Le graphique (Fig.6) ci-dessous a ainsi pu être tracé. Les graphiques ci-dessous sont les moyennes des données des smartphones.

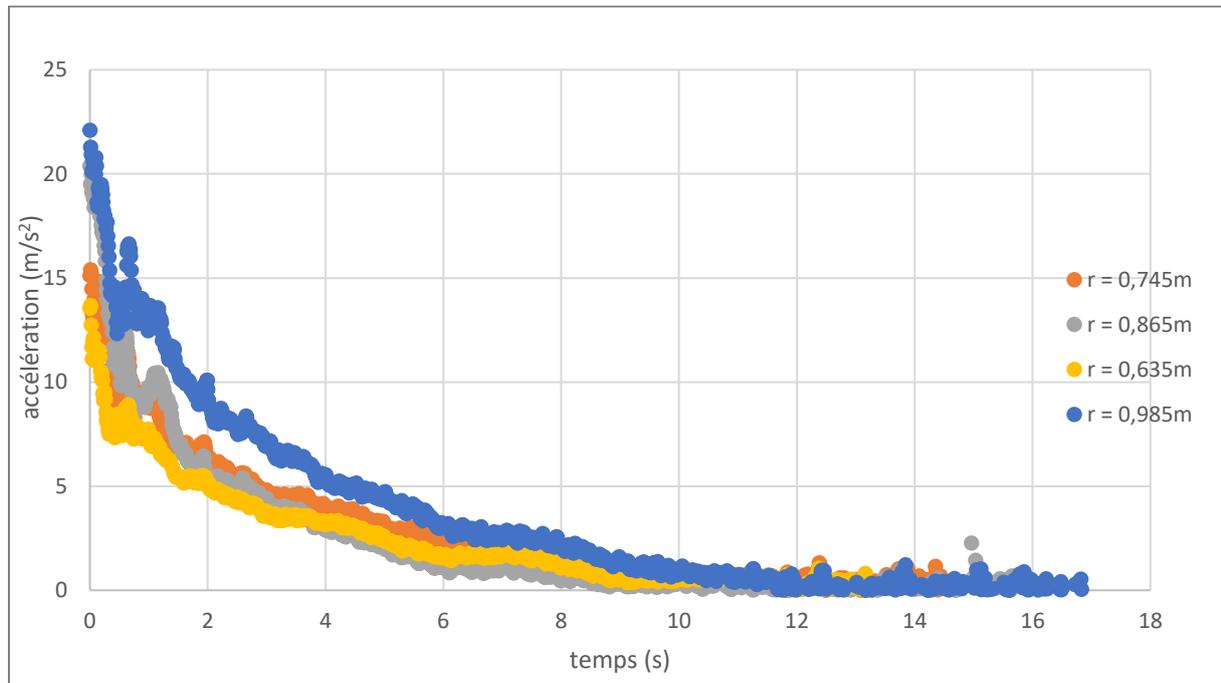


Figure 6 – Graphique représentant l'accélération en fonction du temps pour différents rayons r

Grâce à la (Fig.6) et d'après la formule théorique, nous avons pu tracer les deux graphiques suivants (Fig.7 et Fig.8) pour l'expérience du moment d'inertie, afin d'obtenir l'évolution de la vitesse angulaire et fonction du temps pour les deux expériences réalisées (cf. formule de la partie Théorie ci-dessus).

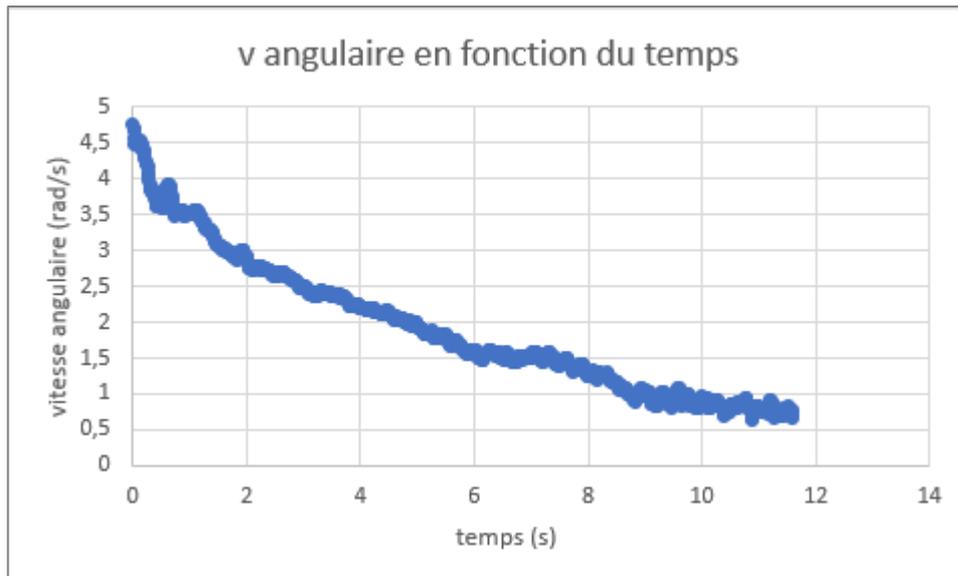


Figure 7 - Graphique de l'évolution de la vitesse angulaire en fonction du temps (première expérience).

De la même façon, les mêmes calculs ont été réalisés pour le mouvement de rotation avec changement du moment d'inertie.

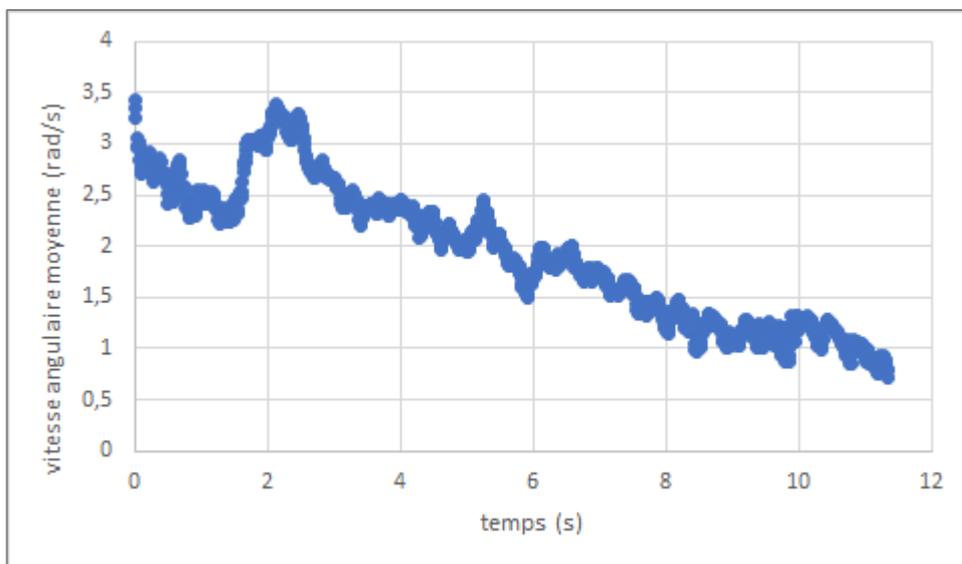


Figure 8 - Graphique de l'évolution de la vitesse angulaire en fonction du temps (deuxième expérience).

Augmentation de la vitesse en raison de la diminution du moment d'inertie à $t = 1,5s$.

Le graphique ci-dessus (Fig.8) a été réalisé en faisant la moyenne des mesures effectuées par les téléphones. A $t = 1,5s$, l'utilisateur a rapproché la masse vers lui pour diminuer le moment d'inertie. En effet, quand le rayon r diminue, le moment d'inertie diminue de même.

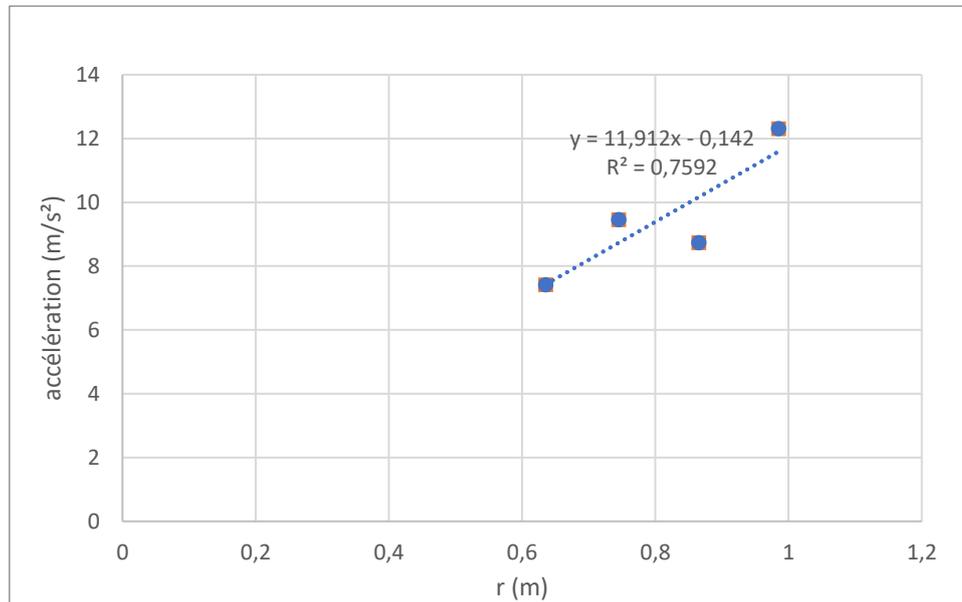


Figure 9 : Graphique de l'accélération en fonction de r à $t=0$

Une deuxième méthode pour calculer la vitesse angulaire était de tracer l'accélération a en fonction des rayons r pour un temps t précis. Sur ce graphique (Fig.9) $11,912 = \omega^2$, donc $\omega = 3,45 \text{ rad/s}$.

DISCUSSION :

Pourquoi ce dispositif ?

Pour ces expériences, une personne a été préférée pour réaliser le mouvement de rotation. Il est vrai qu'un robot ou autre dispositif mécanique auraient pu être utilisés. Mais ce dispositif permettait d'être refait par d'autres personnes voulant tester les expériences facilement à partir d'objets du quotidien. Ainsi, pour la même raison, un bloc de mousse permettait de tenir les smartphones. De surcroît, la stabilité et le rayon r des appareils ont été assurés au cours du mouvement.

Interprétations des résultats

Pour les résultats obtenus, le mouvement observé s'arrêtait petit à petit en raison des frottements. Il est donc normal que la vitesse diminuait au cours du temps.

Pour le graphique (Fig.8), lorsque le moment d'inertie diminuait, la vitesse angulaire augmentait, passant de 2,25 à 3,45 *rad/s*.

Pour calculer la vitesse angulaire plus précisément, il aurait fallu plus de téléphones pour avoir plus de valeurs de *r*. En effet, comme on le voit sur le graphique (Fig.8), des points supplémentaires auraient permis de diminuer les incertitudes. Ces dernières ont été augmentées par les mouvements involontaires de l'expérimentateur (cet effet est observable sur le graphique (Fig.7) entre $t = 5$ et $t = 6$). Une expérience avec une barre rigide (à la place des bras) permettrait de pallier ces incertitudes.

Incertitudes

Ces expériences sont ponctuées de plusieurs incertitudes notables, ce qui explique le fait que nous ayons des « bruits » sur nos graphiques ou des mesures incertaines.

Les valeurs de la vitesse angulaire à un temps donné ne sont pas tout à fait égales pour les différentes valeurs de *r*. Cela est dû aux incertitudes sur la mesure de l'accélération par nos capteurs. Chaque téléphone a une sensibilité plus ou moins forte. Des capteurs plus précis seraient nécessaires pour limiter ces incertitudes. Une carte Arduino et un capteur accéléromètre auraient pu être utilisés. Compte tenu du fait que les expériences doivent être simple et faisable chez soi avec du matériel du quotidien, l'utilisation des smartphones était donc une évidence, sachant que de nos jours, de nombreuses personnes ont accès à ces derniers.

Des incertitudes liées à la mesure de *r* avec un mètre sont également déplorables. De plus, les bras de l'utilisateur ont certainement subi des mouvements involontaires ce qui entraîne des incertitudes à tous moments durant les mesures.

Enfin, des frottements ont pu être notés lorsque la personne s'assoit sur le tabouret et se met à tourner. En effet, des frottements peuvent s'exercer sur la rotation en raison d'un manque « d'huile » dans le roulement du tronc de la chaise permettant la rotation de cette dernière.

CONCLUSION

Pour mesurer la vitesse angulaire à partir d'un accéléromètre, il faut donc utiliser cette formule :

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{a}{r}} \quad \text{en rad.s}^{-1}$$

Ces manipulations montrent que la diminution du moment d'inertie au cours du mouvement entraîne l'augmentation de la vitesse angulaire, ce qui est en accord avec la théorie.

Ces expériences sont un moyen pratique de mieux comprendre les concepts théoriques enseignés en L1 par Cyril Dauphin et en L2 par Claire Marrache. Il s'agit de connaissances que l'on peut facilement trouver et manipuler chez soi.

Il est sûr que notre dispositif expérimental est à améliorer pour éviter certaines incertitudes. Mais il s'inscrit dans l'objectif de propager, diffuser les sciences à tous publics, à partir de matériel simple d'usages et facile à se procurer. Il est de plus assez ludique.