CLASSE INVERSÉE

Pédagogie inversée en groupe

6x2H

1

30

1 salle TD

Polycopiés avec partie cours et questions

Institut Villebon Georges Charpak

OBJECTIFS

DISCIPLINAIRES

Travailler les parties de cours plus en profondeur.

Introduire le cours magistral.

TRANSVERSAUX

Rendre les étudiants plus actifs sur la partie cours.

Tirer parti du travail en groupe.

Favoriser l'explication et l'entraide entre étudiants.

AUTRES

Modification du rôle de l'enseignant. Ce dernier devient un intervenant qui organise la séance et aide les étudiants.

MAISON

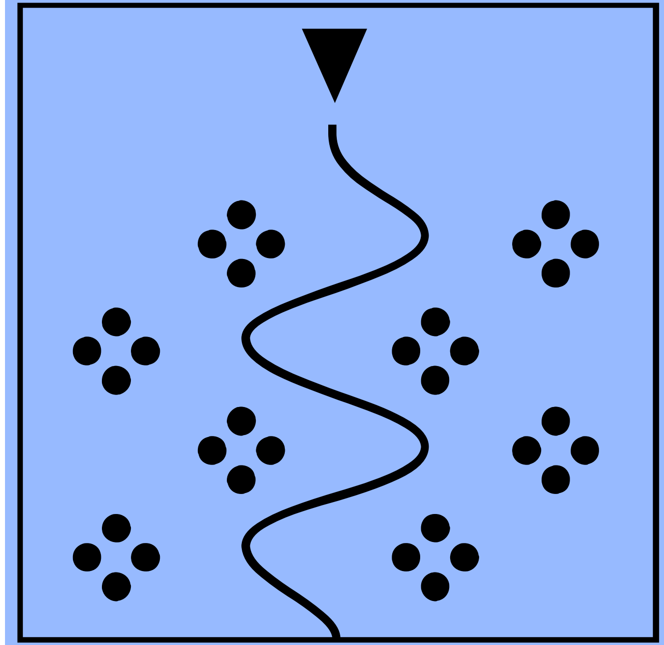
Cours étudié et préparé au préalable à la maison

Polycopiés à travailler (exemple en annexes),
composés de « parties à comprendre » et de questions
adaptées au niveaux des étudiants.

TD

2H

Approfondissement du sujet

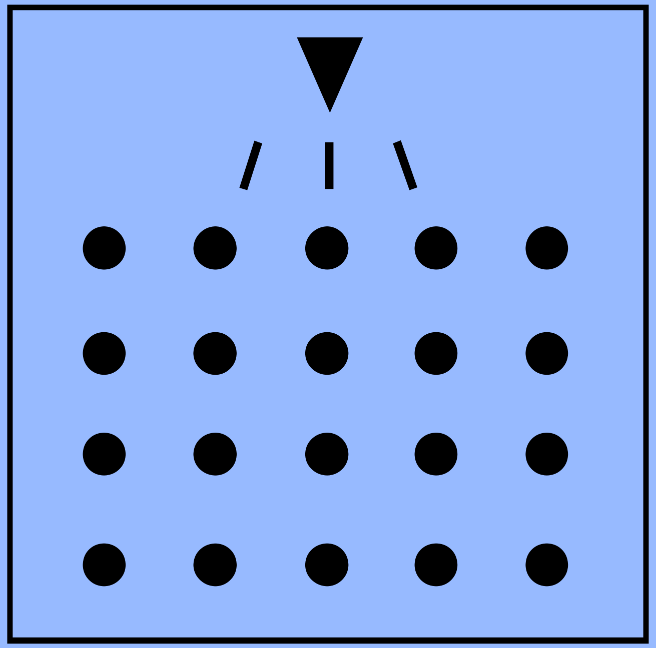


Les étudiants se réunissent en groupe de 3/4 pour débattre des parties du cours et répondre aux questions du polycopié travaillé à la maison.

Professeur disponible pour aider les élèves.

COURS

2H



Toutes les 4 séances

Cours de synthèse afin de structurer les connaissances que les étudiants ont acquises et leur donner du recul sur ce qu'ils viennent d'apprendre.

EVAL

Contrôle continu

LES +

Motivation et plaisir accru des étudiants.

Un dispositif qui permet de faire travailler les étudiants sur leur cours.

Les étudiants apprennent avant et pendant le cours, ce qui accélère le travail de révision.

Le cours de synthèse structuration est plus abordable puisque les notions ont été abordées auparavant.

Les étudiants sont actifs en séance. Ils bénéficient de la richesse du travail en groupe.

L'enseignant est moins perçu comme celui qui sait tout mais comme une aide à construire le savoir.

LES -

Le polycopié est crucial : il doit garantir une autonomie suffisante des étudiants.

Une bonne motivation est conditionnée par l'apparition d'un fil conducteur clair.

L'idéal serait que chaque cours soit motivé par un problème qui donne du sens.

Les étudiants sont trop focalisés sur les questions à résoudre et pas assez sur les résultats de cours.

Les étudiants doivent préparer le cours à la maison, certains peuvent ne pas être assez rigoureux.

CLASSE INVERSÉE

MATHS, TOUS NIVEAUX

6x2H 1 30

1 salle TD

Polycopiés avec partie cours et questions

OBJECTIFS

DISCIPLINAIRES

Travailler les parties de cours plus en profondeur.

Introduire le cours magistral.

TRANSVERSAUX

Rendre les étudiants plus actifs sur la partie cours.

Favoriser l'explication et l'entraide entre étudiants.

AUTRES

Modifier le rôle de l'enseignant. Ce dernier devient un intervenant qui organise la séance et aide les étudiants.

MAISON

Cours étudié au préalable à la maison

Polycopiés à travailler (exemple en annexes), composés de « parties à comprendre » et de questions.

TD

2H

Les étudiants se réunissent en groupe pour débattre des parties du cours et répondre aux questions du polycopié travaillé à la maison.

Professeur disponible pour aider les élèves.

COURS

2H

Toutes les 4 séances, cours de synthèse afin de structurer les connaissances que les étudiants ont acquises.

EVAL

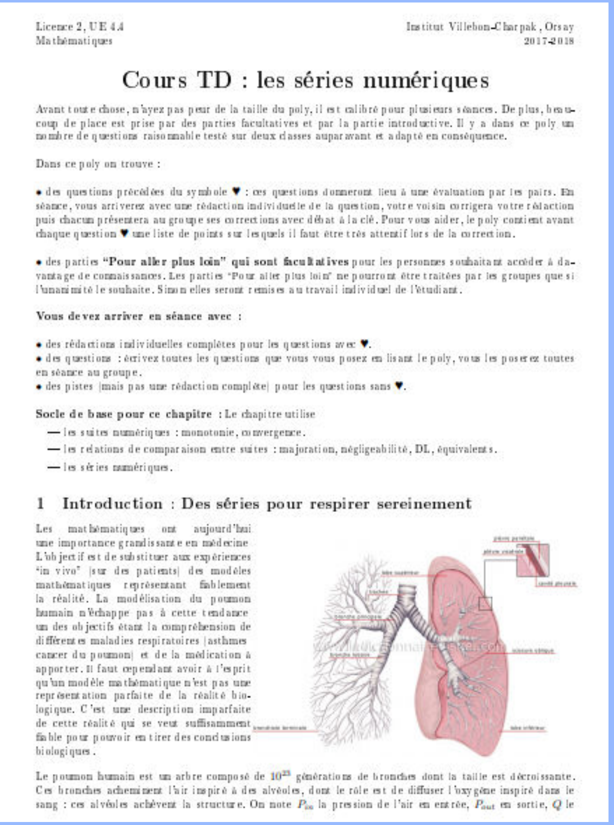
Contrôle continu

Institut Villebon Georges Charpak

CLASSE INVERSÉE

MATHS, TOUS NIVEAUX

ANNEXES : EXEMPLES DE POLYCOPIES A TRAVAILLER A LA MAISON



Licence 2, UE 4.4
Mathématiques

Institut Villebon-Charpak, Orsay
2017-2018

Cours TD : les séries numériques

Avant toute chose, n'ayez pas peur de la taille du poly, il est calibré pour plusieurs séances. De plus, beaucoup de place est prise par des parties facultatives et par la partie introductive. Il y a dans ce poly un nombre de questions raisonnable testé sur deux classes auparavant et adapté en conséquence.

Dans ce poly on trouve :

- des questions précédées du symbole ♥ : ces questions donneront lieu à une évaluation par les pairs. En séance, vous arriverez avec une rédaction individuelle de la question, votre voisin corrigera votre rédaction puis chacun présentera au groupe ses corrections avec débat à la clé. Pour vous aider, le poly contient avant chaque question ♥ une liste de points sur lesquels il faut être très attentif lors de la correction.
- des parties **"Pour aller plus loin" qui sont facultatives** pour les personnes souhaitant accéder à davantage de connaissances. Les parties "Pour aller plus loin" ne pourront être traitées par les groupes que si l'unanimité le souhaite. Sinon elles seront remises au travail individuel de l'étudiant.

Vous devez arriver en séance avec :

- des rédactions individuelles complètes pour les questions avec ♥.
- des questions : écrivez toutes les questions que vous vous posez en lisant le poly, vous les poserez toutes en séance au groupe.
- des pistes (mais pas une rédaction complète) pour les questions sans ♥.

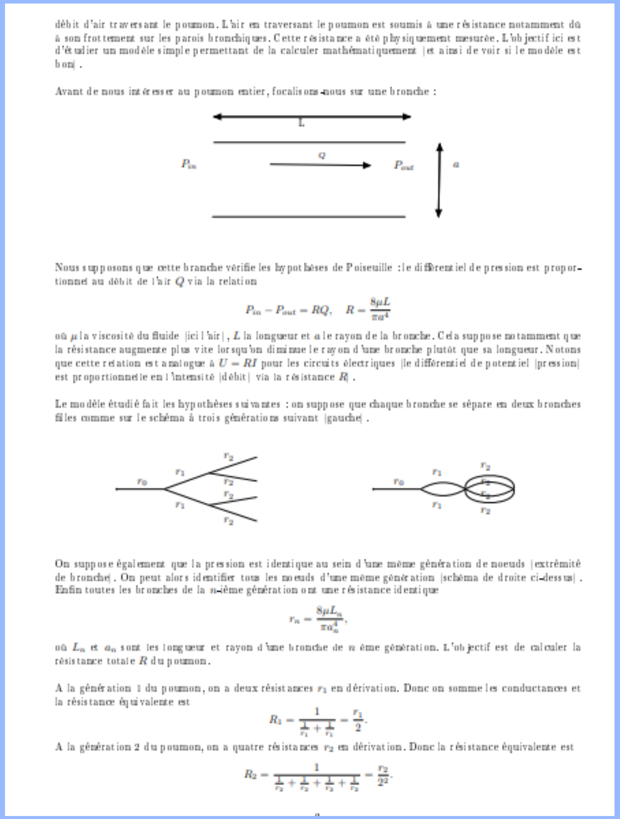
Socle de base pour ce chapitre : Le chapitre utilise

- les suites numériques : monotonie, convergence.
- les relations de comparaison entre suites : majoration, négligeabilité, DL, équivalents.
- les séries numériques.

1 Introduction : Des séries pour respirer sereinement

Les mathématiques ont aujourd'hui une importance grandissante en médecine. L'objectif est de substituer aux expériences "in vivo" (sur des patients) des modèles mathématiques représentant fidèlement la réalité. La modélisation du poumon humain n'échappe pas à cette tendance: un des objectifs étant la compréhension de différentes maladies respiratoires (asthme, cancer du poumon) et de la médication à apporter. Il faut cependant avoir à l'esprit qu'un modèle mathématique n'est pas une représentation parfaite de la réalité biologique. C'est une description imparfaite de cette réalité qui se veut suffisamment fiable pour pouvoir en tirer des conclusions biologiques.

Le poumon humain est un arbre composé de 10^{23} générations de bronches dont la taille est décroissante. Ces bronches acheminent l'air inspiré à des alvéoles, dont le rôle est de diffuser l'oxygène inspiré dans le sang : ces alvéoles achèvent la structure. On note P_{in} la pression de l'air en entrée, P_{out} en sortie, Q le



débit d'air traversant le poumon. L'air en traversant le poumon est soumis à une résistance notamment due à son frottement sur les parois bronchiques. Cette résistance a été physiquement mesurée. L'objectif ici est d'étudier un modèle simple permettant de la calculer mathématiquement (et ainsi de voir si le modèle est bon).

Avant de nous intéresser au poumon entier, focalisons-nous sur une bronche :

Nous supposons que cette bronche vérifie les hypothèses de Poiseuille : le différentiel de pression est proportionnel au débit de l'air Q via la relation

$$P_{in} - P_{out} = RQ, \quad R = \frac{8\mu L}{\pi a^4}$$

où μ la viscosité du fluide (ici l'air), L la longueur et a le rayon de la bronche. Cela suppose notamment que la résistance augmente plus vite lorsqu'on diminue le rayon d'une bronche plutôt que sa longueur. Notons que cette relation est analogue à $U = RI$ pour les circuits électriques (le différentiel de potentiel (pression) est proportionnelle en l'intensité (débit) via la résistance R).

Le modèle étudié fait les hypothèses suivantes : on suppose que chaque bronche se sépare en deux bronches filles comme sur le schéma à trois générations suivant (gauche).

On suppose également que la pression est identique au sein d'une même génération de noeuds (extrémité de bronche). On peut alors identifier tous les noeuds d'une même génération (schéma de droite ci-dessus). Enfin toutes les bronches de la n-ième génération ont une résistance identique

$$r_n = \frac{8\mu L_n}{\pi a_n^4}$$

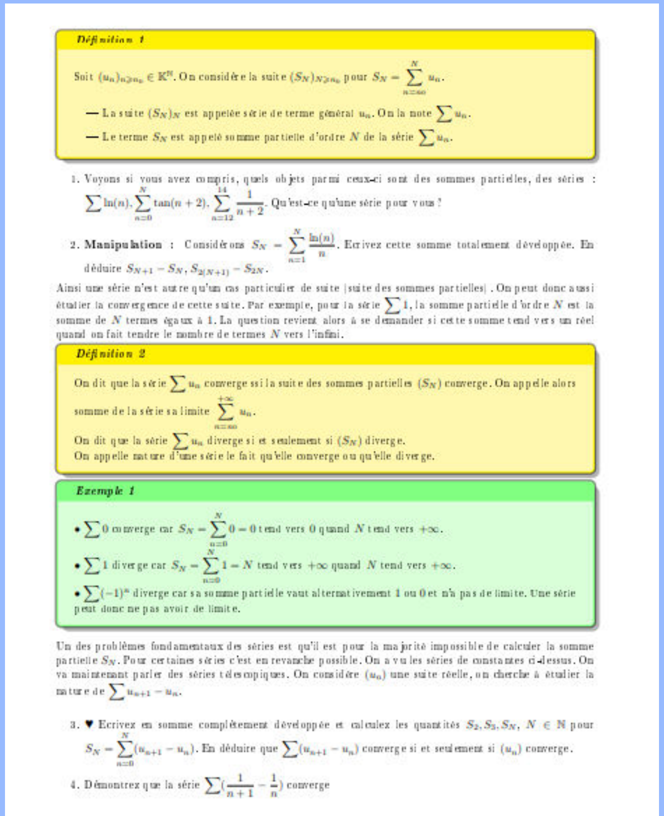
où L_n et a_n sont les longueur et rayon d'une bronche de n ème génération. L'objectif est de calculer la résistance totale R du poumon.

A la génération 1 du poumon, on a deux résistances r_1 en dérivation. Donc on somme les conductances et la résistance équivalente est

$$R_1 = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1}} = \frac{r_1}{2}.$$

A la génération 2 du poumon, on a quatre résistances r_2 en dérivation. Donc la résistance équivalente est

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2}} = \frac{r_2}{2^2}.$$



Définition 1

Soit $(u_n)_{n \geqslant n_0} \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}}$. On considère la suite $(S_N)_{N \geqslant n_0}$ pour $S_N = \sum_{n=n_0}^{N} u_n$.

- La suite $(S_N)_N$ est appelée série de terme général u_n. On la note $\sum u_n$.
- Le terme S_N est appelé somme partielle d'ordre N de la série $\sum u_n$.

1. Voyons si vous avez compris, quels objets parmi ceux-ci sont des sommes partielles, des séries : $\sum \ln(n)$, $\sum_{n=0}^{N} \tan(n+2)$, $\sum_{n=12}^{14} \frac{1}{n+2}$. Qu'est-ce qu'une série pour vous ?

2. **Manipulation** : Considérons $S_N = \sum_{n=1}^{N} \frac{\ln(n)}{n}$. Ecrivez cette somme totalement développée. En déduire $S_{N+1} - S_N$, $S_{2(N+1)} - S_{2N}$.

Ainsi une série n'est autre qu'un cas particulier de suite (suite des sommes partielles). On peut donc aussi étudier la convergence de cette suite. Par exemple, pour la série $\sum 1$, la somme partielle d'ordre N est la somme de N termes égaux à 1. La question revient alors à se demander si cette somme tend vers un réel quand on fait tendre le nombre de termes N vers l'infini.

Définition 2

On dit que la série $\sum u_n$ converge ssi la suite des sommes partielles (S_N) converge. On appelle alors somme de la série sa limite $\sum_{n=n_0}^{+\infty} u_n$.

On dit que la série $\sum u_n$ diverge si et seulement si (S_N) diverge.
On appelle nature d'une série le fait qu'elle converge ou qu'elle diverge.

Exemple 1

- $\sum 0$ converge car $S_N = \sum_{n=0}^{N} 0 = 0$ tend vers 0 quand N tend vers $+\infty$.
- $\sum 1$ diverge car $S_N = \sum_{n=0}^{N} 1 = N$ tend vers $+\infty$ quand N tend vers $+\infty$.
- $\sum (-1)^n$ diverge car sa somme partielle vaut alternativement 1 ou 0 et n'a pas de limite. Une série peut donc ne pas avoir de limite.

Un des problèmes fondamentaux des séries est qu'il est pour la majorité impossible de calculer la somme partielle S_N. Pour certaines séries c'est en revanche possible. On a vu les séries de constantes ci-dessus. On va maintenant parler des séries télescopiques. On considère (u_n) une suite réelle, on cherche à étudier la nature de $\sum u_{n+1} - u_n$.

3. ♥ Ecrivez en somme complètement développée et calculez les quantités S_2, S_3, S_N, $N \in \mathbb{N}$ pour $S_N = \sum_{n=0}^{N} (u_{n+1} - u_n)$. En déduire que $\sum (u_{n+1} - u_n)$ converge si et seulement si (u_n) converge.

4. Démontrez que la série $\sum \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}\right)$ converge

Institut Villebon
Georges Charpak