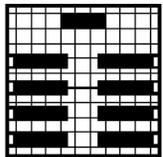


# CLASSE INVERSÉE

Pédagogie inversée en groupe

6x2H



1 salle TD

1

30



Polycopiés avec partie cours et questions



## OBJECTIFS

### DISCIPLINAIRES

Travailler les parties de cours plus en profondeur.

Introduire le cours magistral.

### TRANSVERSAUX

Rendre les étudiants plus actifs sur la partie cours.

Tirer parti du travail en groupe.

Favoriser l'explication et l'entraide entre étudiants.

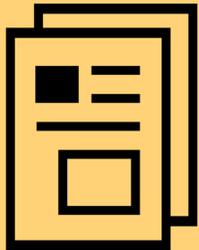
### AUTRES

Modification du rôle de l'enseignant. Ce dernier devient un intervenant qui organise la séance et aide les étudiants.



## MAISON

Cours étudié et préparé au préalable à la maison

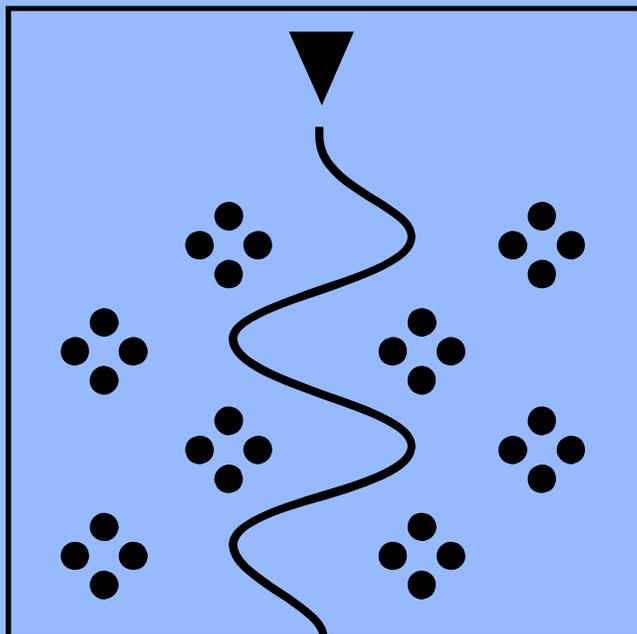


Polycopiés à travailler ([exemple en annexes](#)),  
composés de « parties à comprendre » et de questions  
adaptées au niveaux des étudiants.



### Approfondissement du sujet

2H



Les étudiants se réunissent en groupe de 3/4 pour débattre des parties du cours et répondre aux questions du polycopié travaillé à la maison.



Professeur disponible pour aider les élèves.

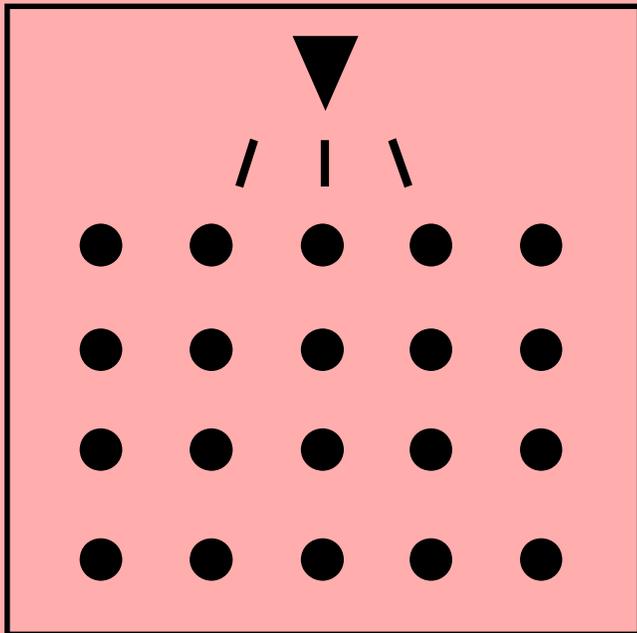




### COURS

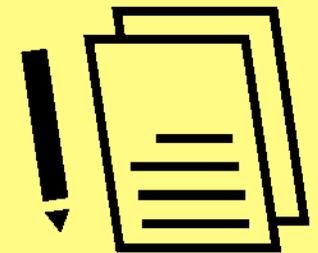
Toutes les 4 séances

2H



Cours de synthèse afin de structurer les connaissances que les étudiants ont acquises et leur donner du recul sur ce qu'ils viennent d'apprendre.

### EVAL



Contrôle continu



LES +

Motivation et plaisir accru des étudiants.

Un dispositif qui permet de faire travailler les étudiants sur leur cours.

Les étudiants apprennent avant et pendant le cours, ce qui accélère le travail de révision.

Le cours de synthèse structuration est plus abordable puisque les notions ont été abordées auparavant.

Les étudiants sont actifs en séance. Ils bénéficient de la richesse du travail en groupe.

L'enseignant est moins perçu comme celui qui sait tout mais comme une aide à construire le savoir.



LES -

Le polycopié est crucial : il doit garantir une autonomie suffisante des étudiants.

Une bonne motivation est conditionnée par l'apparition d'un fil conducteur clair.

L'idéal serait que chaque cours soit motivé par un problème qui donne du sens.

Les étudiants sont trop focalisés sur les questions à résoudre et pas assez sur les résultats de cours.

Les étudiants doivent préparer le cours à la maison, certains peuvent ne pas être assez rigoureux.



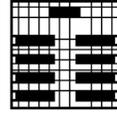
# CLASSE INVERSÉE

Maths, tous niveaux

6x2H



30



1 salle TD



Polycopiés avec partie cours et questions



OBJECTIFS



DISCIPLINAIRES

- Travailler les parties de cours plus en profondeur.
- Introduire le cours magistral.



TRANSVERSAUX

- Rendre les étudiants plus actifs sur la partie cours.
- Favoriser l'explication et l'entraide entre étudiants.



AUTRES

- Modifier le rôle de l'enseignant. Ce dernier devient un intervenant qui organise la séance et aide les étudiants.



MAISON

Cours étudié au préalable à la maison

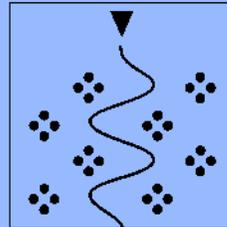


Polycopiés à travailler ([exemple en annexes](#)), composés de « parties à comprendre » et de questions.



TD

2H



Les étudiants se réunissent en groupe pour débattre des parties du cours et répondre aux questions du polycopié travaillé à la maison.

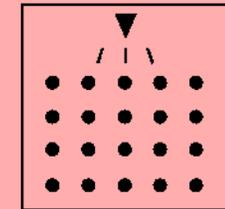


Professeur disponible pour aider les élèves.



COURS

2H



Toutes les 4 séances, cours de synthèse afin de structurer les connaissances que les étudiants ont acquises.



EVAL



Contrôle continu



## ANNEXES : EXEMPLES DE POLYCOPIES A TRAVAILLER A LA MAISON

Licence 2, UE 4.4  
Mathématiques

Institut Villebon-Charpak, Orsay  
2017-2018

### Cours TD : les séries numériques

Avant toute chose, n'ayez pas peur de la taille du poly, il est calibré pour plusieurs séances. De plus, beaucoup de place est prise par des parties facultatives et par la partie introductive. Il y a dans ce poly un nombre de questions raisonnables testé sur deux classes auparavant et adapté en conséquence.

Dans ce poly on trouve :

- des questions précédées du symbole ♥ : ces questions donneront lieu à une évaluation par les pairs. En séance, vous arriverez avec une rédaction individuelle de la question, votre voisin corrigera votre rédaction puis chacun présentera au groupe ses corrections avec débat à la clé. Pour vous aider, le poly contient avant chaque question ♥ une liste de points sur lesquels il faut être très attentif lors de la correction.
- des parties "Pour aller plus loin" qui sont facultatives pour les personnes souhaitant accéder à davantage de connaissances. Les parties "Pour aller plus loin" ne pourront être traitées par les groupes que si l'unanimité le souhaite. Sinon elles seront remises au travail individuel de l'étudiant.

**Vous devez arriver en séance avec :**

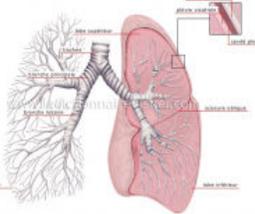
- des rédactions individuelles complètes pour les questions avec ♥.
- des questions : écrivez toutes les questions que vous vous posez en lisant le poly, vous les poserez toutes en séance au groupe.
- des pistes (mais pas une rédaction complète) pour les questions sans ♥.

**Socle de base pour ce chapitre :** Le chapitre utilise

- les suites numériques : monotonie, convergence.
- les relations de comparaison entre suites : majoration, négligeabilité, DL, équivalents.
- les séries numériques.

### 1 Introduction : Des séries pour respirer sereinement

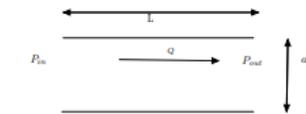
Les mathématiques ont aujourd'hui une importance grandissante en médecine. L'objectif est de substituer aux expériences "in vivo" (sur des patients) des modèles mathématiques représentant fidèlement la réalité. La modélisation du poumon humain n'échappe pas à cette tendance : un des objectifs étant la compréhension de différentes maladies respiratoires (asthme, cancer du poumon) et de la medication à apporter. Il faut cependant avoir à l'esprit qu'un modèle mathématique n'est pas une représentation parfaite de la réalité biologique. C'est une description imparfaite de cette réalité qui se veut suffisamment fiable pour pouvoir en tirer des conclusions biologiques.



Le poumon humain est un arbre composé de  $10^{23}$  générations de bronches dont la taille est décroissante. Ces bronches acheminent l'air inspiré à des alvéoles, dont le rôle est de diffuser l'oxygène inspiré dans le sang : ces alvéoles achèvent la structure. On note  $P_{in}$  la pression de l'air en entrée,  $P_{out}$  en sortie,  $Q$  le

débit d'air traversant le poumon. L'air en traversant le poumon est soumis à une résistance notamment due à son frottement sur les parois bronchiques. Cette résistance a été physiquement mesurée. L'objectif ici est d'étudier un modèle simple permettant de la calculer mathématiquement (et ainsi de voir si le modèle est bon).

Avant de nous intéresser au poumon entier, focalisons-nous sur une bronche :



Nous supposons que cette bronche vérifie les hypothèses de Poiseuille : le différentiel de pression est proportionnel au débit de l'air  $Q$  via la relation

$$P_{in} - P_{out} = RQ, \quad R = \frac{8\mu L}{\pi a^4}$$

où  $\mu$  la viscosité du fluide (ici l'air),  $L$  la longueur et  $a$  le rayon de la bronche. Ceci suppose notamment que la résistance augmente plus vite lorsqu'on diminue le rayon d'une bronche plutôt que sa longueur. Notons que cette relation est analogue à  $U = RI$  pour les circuits électriques (le différentiel de potentiel [pression] est proportionnel en l'intensité [débit]) via la résistance  $R$ .

Le modèle étudié fait les hypothèses suivantes : on suppose que chaque bronche se sépare en deux bronches files comme sur le schéma à trois générations suivant (gauche).



On suppose également que la pression est identique au sein d'une même génération de noeuds (extrémité de bronche). On peut alors identifier tous les noeuds d'une même génération (schéma de droite ci-dessus). Enfin toutes les bronches de la  $n$ -ième génération ont une résistance identique

$$r_n = \frac{8\mu L_n}{\pi a_n^4}$$

où  $L_n$  et  $a_n$  sont la longueur et rayon d'une bronche de  $n$ -ième génération. L'objectif est de calculer la résistance totale  $R$  du poumon.

À la génération 1 du poumon, on a deux résistances  $r_1$  en dérivation. Donc on somme les conductances et la résistance équivalente est

$$R_1 = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1}} = \frac{r_1}{2}$$

À la génération 2 du poumon, on a quatre résistances  $r_2$  en dérivation. Donc la résistance équivalente est

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2}} = \frac{r_2}{4}$$

**Définition 1**

Soit  $(u_n)_{n \geq 0} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ . On considère la suite  $(S_N)_{N \geq 0}$  pour  $S_N = \sum_{n=0}^N u_n$ .

- La suite  $(S_N)_N$  est appelée série de terme général  $u_n$ . On la note  $\sum u_n$ .
- Le terme  $S_N$  est appelé somme partielle d'ordre  $N$  de la série  $\sum u_n$ .

- Voyons si vous avez compris, quels objets parmi ceux-ci sont des sommes partielles, des séries :  $\sum \ln(n)$ ,  $\sum_{n=0}^N \tan(n+2)$ ,  $\sum_{n=12}^{11} \frac{1}{n+2}$ . Qu'est-ce qu'une série pour vous ?
- Manipulation :** Considérons  $S_N = \sum_{n=1}^N \frac{\ln(n)}{n}$ . Ecrivez cette somme totalement développée. En déduire  $S_{N+1} - S_N$ ,  $S_{2(N+1)} - S_{2N}$ .

Ainsi une série n'est autre qu'un cas particulier de suite (suite des sommes partielles). On peut donc aussi étudier la convergence de cette suite. Par exemple, pour la série  $\sum 1$ , la somme partielle d'ordre  $N$  est la somme de  $N$  termes égaux à 1. La question revient alors à se demander si cette somme tend vers un réel quand on fait tendre le nombre de termes  $N$  vers l'infini.

**Définition 2**

On dit que la série  $\sum u_n$  converge si la suite des sommes partielles  $(S_N)$  converge. On appelle alors somme de la série sa limite  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ .

On dit que la série  $\sum u_n$  diverge si et seulement si  $(S_N)$  diverge.

On appelle nature d'une série le fait qu'elle converge ou qu'elle diverge.

**Exemple 1**

- $\sum 0$  converge car  $S_N = \sum_{n=0}^N 0 = 0$  tend vers 0 quand  $N$  tend vers  $+\infty$ .
- $\sum 1$  diverge car  $S_N = \sum_{n=0}^N 1 = N$  tend vers  $+\infty$  quand  $N$  tend vers  $+\infty$ .
- $\sum (-1)^n$  diverge car sa somme partielle vaut alternativement 1 ou 0 et n'a pas de limite. Une série peut donc ne pas avoir de limite.

Un des problèmes fondamentaux des séries est qu'il est pour la majorité impossible de calculer la somme partielle  $S_N$ . Pour certaines séries c'est en revanche possible. On a vu les séries de constantes ci-dessus. On va maintenant parler des séries géométriques. On considère  $(u_n)$  une suite réelle, on cherche à étudier la nature de  $\sum_{n=0}^{\infty} u_{n+1} - u_n$ .

- ♥ Ecrivez en somme complètement développée et calculez les quantités  $S_2, S_3, S_N$ ,  $N \in \mathbb{N}$  pour  $S_N = \sum_{n=0}^N (u_{n+1} - u_n)$ . En déduire que  $\sum (u_{n+1} - u_n)$  converge si et seulement si  $(u_n)$  converge.
- Démontrez que la série  $\sum (\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n})$  converge